令和６年度　岡山学芸館高等学校　選抜１期入試【１月２５日】　解答解説（数学）

1

【正　解】　① 7　② -4　③ $7x+10y$　④ $4ab$　⑤ $-4\sqrt{5}$　⑥ $(x=)-2,\ 6$
⑦ $(n=)5,\ 6,\ 7$　⑧ $36(°)$　⑨ ウ　⑩ 6(冊)

【解　説】

⑤ $(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})-\sqrt{2}(2\sqrt{10}+\sqrt{8})=3^2-(\sqrt{5})^2-2\sqrt{20}-\sqrt{16}=9-5-4\sqrt{5}-4=-4\sqrt{5}$

⑥ 左辺を因数分解して，$(x+2)(x-6)=0$，$x=-2,\ 6$

⑦ $2=\sqrt{2^2}=\sqrt{4}$，$2.7=\sqrt{2.7^2}=\sqrt{7.29}$より，$\sqrt{4}<\sqrt{n}<\sqrt{7.29}$，$4<n<7.29$　この不等式を満たす自然数nは，$n=5,\ 6,\ 7$

⑧ 正五角形の内角の和は，$180°\times(5-2)=540°$だから，正五角形の１つの内角の大きさは，$\angle BCD=540°\div5=108°$
$\triangle ABC$は$AB=BC$の二等辺三角形だから，$\angle BCA=(180°-108°)\div2=36°$　同じように，$\angle DCE=36°$
よって，$\angle x=\angle BCD-(\angle BCA+\angle DCE)=108°-(36°+36°)=36°$

⑩ 度数が最も大きい階級は，４冊以上８冊未満の階級だから，最頻値はその階級値であり，$\dfrac{4+8}{2}=6$(冊)

2

【正　解】　① 4(通り)　② $\dfrac{5}{18}$　③ $\dfrac{1}{4}$

【解　説】

① $\boxed{2}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$のカードだけが残るのは，$\boxed{1}$, $\boxed{3}$のカードを取り除く場合である。このときのさいころの目の出方は，
$(a,\ b)=(1,\ 3)$，$(2,\ 3)$，$(3,\ 1)$，$(3,\ 2)$の４通りある。

② 大小２つのさいころの目の出方は全部で36通り。$\boxed{4}$, $\boxed{5}$のカードだけが残るのは，$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{6}$のカードを取り除く場合である。
すなわち，６の約数が書かれたカードが取り除かれるときで，このときのさいころの目の出方は，$(a,\ b)=(1,\ 6)$，$(2,\ 6)$，
$(3,\ 6)$，$(4,\ 6)$，$(5,\ 6)$，$(6,\ 1)$，$(6,\ 2)$，$(6,\ 3)$，$(6,\ 4)$，$(6,\ 5)$の10通りある。よって，求める確率は，$\dfrac{10}{36}=\dfrac{5}{18}$

③ 残ったカードに書かれた数の和が15となるのは，残ったカードが，$\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{6}$の場合か$\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$の場合である。すなわち，
５の約数が書かれたカードを取り除く場合か，３以下の数が書かれたカードを取り除く場合である。このときのさいころの目の出方は，
$(a,\ b)=(1,\ 5)$，$(2,\ 5)$，$(3,\ 5)$，$(4,\ 5)$，$(5,\ 1)$，$(5,\ 2)$，$(5,\ 3)$，$(5,\ 4)$，$(3,\ 3)$の９通りある。
よって，求める確率は，$\dfrac{9}{36}=\dfrac{1}{4}$

3

【正　解】　① 192(cm³)　②⑴ $\dfrac{1}{4}$　⑵ $\dfrac{1}{4}$　⑶ 24

【解　説】

① (正四角錐ABCDEの体積)$=\dfrac{1}{3}\times$(底面積)$\times$(高さ)$=\dfrac{1}{3}\times8^2\times9=192$(cm³)

②⑴ $\triangle ACP$と$\triangle ACD$の底辺をそれぞれ，辺AP，ADとすると高さは共通だから，$\triangle ACP:\triangle ACD=AP:AD=1:(1+3)=1:4$
よって，$\triangle ACP=\dfrac{1}{4}\triangle ACD$

⑵ 三角錐ABCPと三角錐ABCDの体積の比は，底面$\triangle ACP$と$\triangle ACD$の面積の比と等しく$1:4$だから，
(三角錐ABCPの体積)$=\dfrac{1}{4}$(三角錐ABCDの体積)

⑶ 三角錐ABCDの体積は，正四角錐ABCDEの体積の半分だから，(三角錐ABCPの体積)$=\dfrac{1}{4}$(三角錐ABCDの体積)
$=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{2}\times$(正四角錐ABCDEの体積)$=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{2}\times192=24$(cm³)

4

【正　解】　①⑴ $(4,\ 2)$　⑵ $(y=)\dfrac{3}{4}x-1$　② $(t=)\dfrac{4}{3}$　③ $6\sqrt{2}$

【解　説】

①⑴ 点Cのy座標は，点Aのy座標と等しく，$y=\dfrac{1}{2}\times2^2=2$，また，点Cの$x$座標は，$y=\dfrac{1}{8}x^2$に$y=2$を代入して，$2=\dfrac{1}{8}x^2$，
$x^2=16$，$x=\pm4$，$x>2$より，$x=4$　よって，点Cの座標は，$(4,\ 2)$である。

⑵ 点Bのy座標は，$y=\dfrac{1}{8}\times2^2=\dfrac{1}{2}$である。直線BCの傾きは，$\left(2-\dfrac{1}{2}\right)\div(4-2)=\dfrac{3}{2}\div2=\dfrac{3}{4}$となるから，直線BCの式を，
$y=\dfrac{3}{4}x+b$と表す。この式に，$x=4$，$y=2$を代入して，$2=\dfrac{3}{4}\times4+b$　$b=-1$　よって，$y=\dfrac{3}{4}x-1$

② 点Aの座標は$\left(t,\ \dfrac{1}{2}t^2\right)$，点Bの座標は$\left(t,\ \dfrac{1}{8}t^2\right)$，点Cの$x$座標は，$y=\dfrac{1}{8}x^2$に$y=\dfrac{1}{2}t^2$を代入して，$\dfrac{1}{2}t^2=\dfrac{1}{8}x^2$，
$x^2=4t^2$，$x=\pm2t$，$x>2$，$t>0$より，$x=2t$である。$AB=\dfrac{1}{2}t^2-\dfrac{1}{8}t^2=\dfrac{3}{8}t^2$，$AC=2t-t=t$　長方形ABDCの周の長さが４だから，
$2(AB+AC)=4$，$\dfrac{3}{8}t^2+t=2$，$3t^2+8t-16=0$，$t=\dfrac{-8\pm\sqrt{8^2-4\times3\times(-16)}}{2\times3}=\dfrac{-8\pm\sqrt{256}}{6}=\dfrac{-8\pm16}{6}$，$t=-4,\ \dfrac{4}{3}$
$t>0$より，$t=\dfrac{4}{3}$

③ 直線CEとy軸との交点をGとする。$CE=BD=AC=t$だから点Eのx座標は$3t$である。よって，$EC:EG=t:3t=1:3$
$\triangle ECD\backsim\triangle EGF$より，$CD:GF=EC:EG$，$\dfrac{3}{8}t^2:GF=1:3$，$GF=\dfrac{9}{8}t^2$　よって，点Fのy座標は，$y=\dfrac{1}{2}t^2-\dfrac{9}{8}t^2=-\dfrac{5}{8}t^2$
また，点Fのy座標は-5だから，$-\dfrac{5}{8}t^2=-5$，$t>0$より，$t=2\sqrt{2}$　したがって，点Eのx座標は，$x=3t=3\times2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

5

【正　解】　①(ア) (1)　(イ) (6)　(ウ) (11)　(エ) (14)
②⑴(オ) $4\sqrt{10}$　(カ) 10　⑵(キ) 3　(ク) 5　(ケ) $\dfrac{25}{24}$

【解　説】

②⑴(オ) ①より，$\triangle ADC\backsim\triangle FEC$だから，$AD:FE=AC:FC$，$12:3\sqrt{10}=16:FC$，$12FC=48\sqrt{10}$，$FC=4\sqrt{10}$(cm)

(カ) $\triangle DBC$と$\triangle EDC$において，$\angle BDC=\angle DEC$，$\angle DCB=\angle ECD$より，２組の角がそれぞれ等しいから，$\triangle DBC\backsim\triangle EDC$
対応する角の大きさは等しいから，$\angle CDF=\angle CBD=\angle CFD$　よって，$\triangle DFC$は$CD=CF=4\sqrt{10}$cmの二等辺三角形である。
①より，$AD:FE=DC:EC$，$12:3\sqrt{10}=4\sqrt{10}:EC$，$12EC=120$，$EC=10$(cm)

⑵(キ)(ク) $\triangle ABC$は，$\angle CAB=\angle CBA$の二等辺三角形，$\triangle DFC$は，$\angle CDF=\angle CFD$の二等辺三角形で，$\angle CBA=\angle CFD$だから，
$\triangle ABC\backsim\triangle DFC$となる。よって，$AB:DF=AC:DC$，$20:DF=16:4\sqrt{10}$，$16DF=80\sqrt{10}$，$DF=5\sqrt{10}$(cm)
したがって，$EF:DF=3\sqrt{10}:5\sqrt{10}=3:5$

(ケ) $EF:DF=3:5$より，$\triangle DFC=\dfrac{5}{3}\triangle FEC$　また，$\triangle ADC\backsim\triangle FEC$で相似比は，$12:3\sqrt{10}=4:\sqrt{10}$だから，
面積比は，$4^2:(\sqrt{10})^2=16:10=8:5$　よって，$\triangle FEC=\dfrac{5}{8}\triangle ADC$　したがって，$\triangle DFC=\dfrac{5}{3}\times\dfrac{5}{8}\triangle ADC=\dfrac{25}{24}\triangle ADC$