

令和6年度 岡山学芸館高等学校 選抜1期入試【1月26日】 解答解説(数学)

1

- 【正解】 ① -7 ② 40 ③ $-4x-y$ ④ $-12a^2b$ ⑤ $-7+6\sqrt{3}$ ⑥ $3(x-3)^2$
 ⑦ $(x=)\frac{1\pm\sqrt{17}}{2}$ ⑧ $(n=)3, 5$ ⑨ $8\pi(\text{cm}^2)$ ⑩ $(a=)7, (b=)9$

【解説】

- ⑦ 解の公式から、 $x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$
- ⑧ m を自然数とする。 $\frac{17-3n}{2} = m^2$ となる n の値を求める。 $m=1$ のとき、 $\frac{17-3n}{2} = 1^2$ $17-3n=2$ $n=5$, $m=2$ のとき、 $\frac{17-3n}{2} = 2^2$
 $17-3n=8$ $n=3$, $m=3$ のとき、 $\frac{17-3n}{2} = 3^2$ $17-3n=18$ $n=-\frac{1}{3}$ これは不適。よって、 $n=3, 5$
- ⑨ 円周角の定理より、 $\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$ だから、おうぎ形 OBC は、半径 6cm, 中心角 80° である。
 よって、求める面積は、 $\pi \times 6^2 \times \frac{80}{360} = 8\pi(\text{cm}^2)$
- ⑩ 平均点は 7 点だから、 $4+5+6+7+8+10+a+b=7 \times 8$ $a+b=16$ $0 \leq a \leq b \leq 10$ より、 a と b の値の組は、 $(a, b) = (6, 10)$, $(7, 9)$, $(8, 8)$ である。 $(a, b) = (6, 10)$ のとき、中央値は 6.5 点、 $(a, b) = (7, 9)$ のとき、中央値は 7 点、 $(a, b) = (8, 8)$ のとき、中央値は 7.5 点となる。問題にあうのは、 $(a, b) = (7, 9)$ である。

2

- 【正解】 ①(1) $y+15$ (2) $500x+800y$ ② $(x=)40, (y=)25$ ③ 245(個)

【解説】

- ①(1) 3 個入りは 5 個入りよりも 15 袋多く売れたから、 $x=y+15 \cdots (i)$
 (2) 3 個入りの売上げの合計は、 $500 \times x = 500x$ (円)、5 個入りの売上げの合計は、 $800 \times y = 800y$ (円) であるから、
 $500x+800y=40000 \cdots (ii)$
- ② (i) を (ii) に代入して、 $500(y+15)+800y=40000$ $5(y+15)+8y=400$ $13y+75=400$ $13y=325$ $y=25$
 $y=25$ を (i) に代入して、 $x=25+15=40$
- ③ ②より、昨日収穫したりんごの個数は、 $3 \times 40 + 5 \times 25 = 245$ (個)

3

- 【正解】 ① (2, 4) ② $(y=)-2x+8$ ③ $(a=)-\frac{1}{4}$ ④ 48

【解説】

- ② $\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ の底辺を共通の辺 AC とすると、これらの面積が等しいから高さは等しい。よって、AC//BD である。
 $A(-2, 4)$ より、直線 AC の傾きは、 $\frac{-4}{2} = -2$ だから、直線 BD の式は、 $y = -2x + b$ と表せる。①より、 $B(2, 4)$ なので、
 $4 = -2 \times 2 + b$ $b = 8$ よって、 $y = -2x + 8$
- ③ 線分 AB と y 軸との交点を E、点 C から y 軸にひいた垂線と y 軸との交点を F とする。AB//FC より、 $\triangle AOE \sim \triangle COF$
 $AE : CF = OE : OF$ $2 : CF = 4 : 16$ $4CF = 32$ $CF = 8$ よって、点 C の x 座標は 8 である。 $y = ax^2$ に、 $x = 8, y = -16$ を代入して、 $-16 = a \times 8^2$ $a = -\frac{1}{4}$
- ④ AO//BD, AB//OD より、四角形 AODB は平行四辺形であり、 $OD = AB = 4$ である。
 (四角形 ACDB) = (平行四辺形 AODB) + $\triangle OCD = OD \times OE + \frac{1}{2} \times OD \times (\text{点 C の } y \text{ 座標の絶対値}) = 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 16 = 48$

4

- 【正解】 ① 2(通り) ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{7}{9}$

【解説】

- ① 取り出した玉の色と数字を(1回目, 2回目)と表すと、得点が 8 点となるのは、玉の色が異なる場合であり、
 (1回目, 2回目) = (青3, 白5), (白5, 青3) の 2 通りある。
- ② 得点が 1 点となる場合は、玉の色が同じ場合であり、(1回目, 2回目) = (青1, 青2), (青2, 青1), (青2, 青3), (青3, 青2),
 (白2, 白3), (白3, 白2) の 6 通りある。よって、求める確率は、 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
- ③ 得点が 3 の倍数となる場合は、(1回目, 2回目) = (青1, 白2), (青1, 白5), (青3, 白3), (白2, 青1), (白2, 白5), (白3, 青3),
 (白5, 青1), (白5, 白2) の 8 通りあるので、得点が 3 の倍数となる確率は、 $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$
 よって、得点が 3 の倍数とならない確率は、 $1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$

5

- 【正解】 ①(ア) ② (イ) (7) (ウ) (12) ②(エ) D (オ) 90 ③ 88(cm²)

【解説】

- ①(ア) $\triangle AED$ と $\triangle CGD$ において、四角形 ABCD, DEFG はそれぞれ正方形なので、 $AD = CD, DE = DG, \angle ADE = 90^\circ + \angle CDE = \angle CDG$ よって、2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle AED \equiv \triangle CGD$
 (イ) 合同な図形の対応する辺は等しいので、 $AE = CG$
 (ウ) $\triangle ACG$ で 2 点 Q, P はそれぞれ辺 AC, AG の中点なので、中点連結定理から、 $QP = \frac{1}{2} \times CG$ である。 $\triangle EGC$ で 2 点 R, S はそれぞれ辺 EC, EG の中点なので、中点連結定理から、 $RS = \frac{1}{2} \times CG$ である。すなわち、 $QP = RS = \frac{1}{2} \times CG$
 同様に、 $\triangle GAE$ で 2 点 P, S はそれぞれ辺 GA, GE の中点なので、中点連結定理から、 $PS = \frac{1}{2} \times AE$ である。 $\triangle CAE$ で 2 点 Q, R はそれぞれ辺 CA, CE の中点なので、中点連結定理から、 $QR = \frac{1}{2} \times AE$ である。すなわち、 $PS = QR = \frac{1}{2} \times AE$
 (イ) とあわせて、 $PQ = QR = RS = SP$ である。
- ②(エ)(オ) ①より $\triangle AED \equiv \triangle CGD$ であり、対応する辺 AD と CD のなす角の大きさは、 $\angle ADC = 90^\circ$ 、対応する辺 DE と DG のなす角の大きさは、 $\angle EDG = 90^\circ$ よって、 $\triangle CGD$ は $\triangle AED$ を、点 D を中心に反時計回りに 90° 回転移動させたものである。
- ③ 五角形 ABIEFG の面積を $\triangle ABC$, 四角形 ACEG, $\triangle EFG$ の面積の和として求める。 $GC = 2PQ = 2 \times 5 = 10(\text{cm})$
 同様に、 $AE = 10\text{cm}$ 四角形 ACEG = $\triangle ACG + \triangle ECG = \frac{1}{2} \times CG \times AT + \frac{1}{2} \times CG \times TE = \frac{1}{2} \times CG \times (AT + TE) = \frac{1}{2} \times CG \times AE = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50(\text{cm}^2)$ また、 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18(\text{cm}^2)$, $\triangle EFG = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{10} \times 2\sqrt{10} = 20(\text{cm}^2)$
 よって、五角形 ABIEFG の面積は、 $18 + 50 + 20 = 88(\text{cm}^2)$