令和５年度　岡山学芸館高等学校　選抜１期入試【１月２７日】　解答解説（数学）

1

【正　解】　① -3　② -6　③ $-7x+3y$　④ $49ab^2$　⑤ $-18-4\sqrt{5}$　⑥ $(x=)-2,\ 8$

⑦ $\frac{1}{6}$　⑧ 144(°)　⑨ 48π(cm²)　⑩ 0.23

【解　説】

⑥ $x^2-6x-16=0$　$(x+2)(x-8)=0$　$x=-2,\ 8$

⑦ 大小２つのさいころの目の出方の総数は36通り。$\sqrt{2a+b}$ が整数となるのは，$2a+b$ の値が4，9，16となるときであり，

$(a,\ b)=(1,\ 2),\ (2,\ 5),\ (3,\ 3),\ (4,\ 1),\ (5,\ 6),\ (6,\ 4)$の６通りある。よって，求める確率は，$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$である。

⑧ 正十角形の１つの外角の大きさは，$360°\div10=36°$　よって，１つの内角の大きさは，$180°-36°=144°$

⑨ 半球の表面積は，球の表面積の半分と円の面積との和だから，$4\pi\times4^2\times\frac{1}{2}+\pi\times4^2=32\pi+16\pi=48\pi$(cm²)

⑩ 10冊以上15冊未満の階級の度数は７人だから，相対度数は，$7\div30=0.233\cdots$より，0.23

2

【正　解】　①(1) 19　(2) 16　(3) 8　(4) 176　(5) 174　② 114(行目)6(列目)

【解　説】

①(3) 5行目から8行目までのカードの並び方は，1行目から4行目までのカードの色を反対にした並び方になる。よって，9行目は1行目と同じカードの並び方となる。

(4)(5) 8行ごとに同じ並び方が現れ，1行目から8行目までに，黒いカードは $4\times7=28$(枚)，白いカードは $4\times7=28$(枚)ある。$50\div8=6$ あまり 2 だから，1行目から48行目までは，1行目から8行目までのカードの並びが6回繰り返され，49行目，50行目は1行目，2行目のカードの並び方と同じである。よって，黒いカードの枚数は，$28\times6+8=176$(枚)　白いカードの枚数は，$28\times6+6=174$(枚)である。

② 1行目から8行目までに，**1**は7枚ある。$100\div7=14$ あまり 2 だから，$8\times14=112$(行目)までに98枚の**1**が並ぶ。113行目，114行目のカードの並びは，1行目，2行目と同じだから，100枚目の**1**は114行目6列目に並ぶ。

3

【正　解】　①(1) $0(\leqq y\leqq)4$　(2) $(y=)\frac{1}{2}x+2$　(3) $(a=)\frac{11}{8}$　② $(y=)\frac{5}{2}$

【解　説】

①(1) y は $x=0$ のとき最小値 $y=0$ をとり，$x=4$ のとき最大値 $y=\frac{1}{4}\times4^2=4$ をとるから，y の変域は，$0\leqq y\leqq4$

(2) 点Aの y 座標は，$y=\frac{1}{4}\times(-2)^2=1$ であり，点Cの y 座標は，$y=\frac{1}{4}\times4^2=4$ だから，直線ACの傾きは，$\frac{4-1}{4-(-2)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$となる。直線ACの式を，$y=\frac{1}{2}x+b$ と表す。この式に，$x=4$，$y=4$ を代入して，$4=\frac{1}{2}\times4+b$　$b=2$　よって，$y=\frac{1}{2}x+2$

(3) 点Bの x 座標は2だから，$AB=2-(-2)=4$　また，点Dの y 座標は，$y=a\times(-2)^2=4a$ であるから，$AD=4a-1$
よって，(四角形ABEDの面積)$=AB\times AD=4(4a-1)$
一方，$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times(4-1)=6$ であり，(四角形ABED)$=3\triangle ABC=3\times6=18$ より，$4(4a-1)=18$　$16a-4=18$
$16a=22$　$a=\frac{11}{8}$　ここで，$a>\frac{1}{4}$だから，$a=\frac{11}{8}$は適している。

② $a=1$ のとき，2点D，Eの座標はそれぞれ，D$(-2,\ 4)$，E$(2,\ 4)$となる。点Pの y 座標を $t\ (1\leqq t\leqq4)$とする。$DP=4-t$

また，EF//DPより，△CEF∽△CDPだから，EF : DP＝CE : CD　$EF:(4-t)=(4-2):\{4-(-2)\}$　$EF:(4-t)=2:6$

$6EF=2(4-t)$　$EF=\frac{1}{3}(4-t)$　(四角形PFED)$=(DP+EF)\times DE\times\frac{1}{2}=\{(4-t)+\frac{1}{3}(4-t)\}\times4\times\frac{1}{2}=\frac{8}{3}(4-t)$

また，(四角形PFED)$=\frac{1}{1+2}\times$(四角形ABED)$=\frac{1}{3}\times4\times3=4$　よって，$\frac{8}{3}(4-t)=4$　$2(4-t)=3$　$8-2t=3$　$t=\frac{5}{2}$

4

【正　解】　① イ　② 288(cm²)　③ 128(cm³)

【解　説】

② 底面積は，$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times AC\times BC=\frac{1}{2}\times6\times8=24$(cm²)，側面積は，縦がAD，横が AB＋BC＋CA の長方形と考えると，

$10\times(10+8+6)=240$(cm²)　よって，$240+24\times2=288$(cm²)

③ (三角柱ABC－DEFの体積)＝△ABC×AD＝24×10＝240(cm³)　四角錐D－EGCFの底面EGCFはEG//FCの台形だから，

(四角形EGCF)$=\frac{1}{2}\times(EG+FC)\times EF=\frac{1}{2}\times(4+10)\times8=56$(cm²)　また，高さは辺DFとなるから，

(四角錐D－EGCFの体積)$=\frac{1}{3}\times$(四角形EGCF)$\times DF=\frac{1}{3}\times56\times6=112$(cm³)

よって，求める体積は，(三角柱ABC－DEFの体積)－(四角錐D－EGCFの体積)＝240－112＝128(cm³)

5

【正　解】　①(ア) (2)　(イ) (5)　(ウ) (10)　(エ) (14)

②(1)(オ) $\frac{12}{5}$　(カ) $\frac{9}{5}$　(2)(キ) $\frac{7}{5}$　(ク) $\frac{62}{5}$

【解　説】

②(1)(オ) △ABC∽△ACDより，AB : AC＝BC : CD　5 : 3＝4 : CD　5CD＝12　$CD=\frac{12}{5}$(cm)

(カ) (オ)と同様にして，AB : AC＝AC : AD　5 : 3＝3 : AD　5AD＝9　$AD=\frac{9}{5}$(cm)

①より，△ADC≡△HDEだから，$AD=HD=\frac{9}{5}$(cm)

(2)(キ) $HB=AB-AH=AB-2\times DH=5-2\times\frac{9}{5}=\frac{7}{5}$(cm)　$\overset{\frown}{CG}$に対する円周角は等しいから，∠CBG＝∠CEG

△DEHと△FBHで，∠EDH＝∠BFH＝90°，∠EHD＝∠BHFだから，∠DEH＝∠FBH

よって，∠GBF＝∠HBFだから，△GBHは二等辺三角形となり，GB＝HB　よって，$GB=\frac{7}{5}$(cm)

(ク) △CHFと△CGFにおいて，CF＝CF…(ⅰ)　また，△BGHは，BG＝BHの二等辺三角形で，HG⊥BFだから，△BGF≡△BHFより，HF＝GF…(ⅱ)　∠CFH＝∠CFG…(ⅲ)　(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)より，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△CHF≡△CGF　よって，CG＝CH　次に，△CADと△CHDにおいて，CD＝CD，AD＝HD，∠CDA＝∠CDHより，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△CAD≡△CHD　よって，CH＝CA＝3cmだから，GC＝HC＝AC＝3cm

四角形ABGCの周の長さは，$AB+BG+GC+CA=5+\frac{7}{5}+3+3=\frac{62}{5}$(cm)