令和４年度　岡山県学芸館高等学校　選抜１期入試【１月27日】　解答解説（数学）

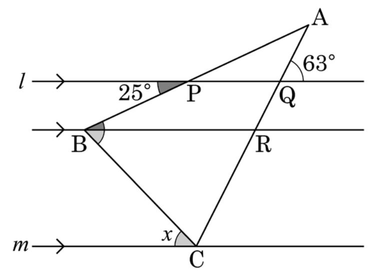
1

【 正　解 】　① -14　② -8　③ $-4x-9y$　④ $6a$　⑤ $3\sqrt{3}$　⑥ $(x=)1$, $(y=)-4$　⑦ $(x=)-4$, -9
⑧ $(n=)5$　⑨ $46(°)$　⑩ 8.5(点)

【 解　説 】

⑧ $\sqrt{45n}=\sqrt{3^2\times5\times n}=3\sqrt{5n}$ より，$n=5\times$(平方数)のとき，$\sqrt{45n}$ は整数となる。
よって，もっとも小さい自然数 n の値は，$n=5\times1^2=5$

⑨ 右の図のように，頂点Bを通り，l，m に平行な直線をひき，点P～Rを決める。
対頂角は等しいから，$\angle APQ=25°$
△APQで，内角と外角の関係から，$\angle PAQ=63°-25°=38°$
△ABCは二等辺三角形だから，$\angle ABC=(180°-38°)\div2=71°$
平行線の錯角は等しいから，$\angle x=\angle CBR=71°-25°=46°$



⑩ 得点の低い方から順に並べると，2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13
中央値は，得点の低い方から数えて５番目と６番目の値の平均値だから，$\frac{8+9}{2}=8.5$(点)

2

【 正　解 】　① 1, 3, 4, 5　② $\frac{1}{4}$　③ $\frac{1}{8}$

【 解　説 】

① １回目に取り出した球が４なので，左から数えて４の倍数である４の位置にあるカードを裏返すと，表になっているカードは1, 2, 3, 5, 6である。また，２回目に取り出した球が２なので，左から数えて２の倍数である2, 4, 6の位置にあるカードを裏返すと，表になっているカードは1, 3, 4, 5である。

② (１回目，２回目) ＝ (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4) の４通り。球の取り出し方は全部で16通りあるから，確率は，$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

③ (１回目，２回目) ＝ (1, 3), (3, 1) の２通り。よって，確率は，$\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$

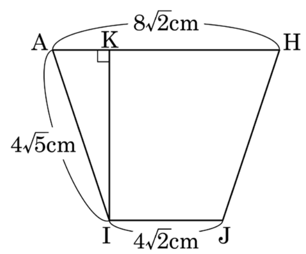
3

【 正　解 】　① ウ　②(1) (a)　(2) $4\sqrt{2}$　(3) $8\sqrt{2}$　(4) (c)　(5) $6\sqrt{2}$　(6) 72　③ $\frac{448}{3}$(cm³)

【 解　説 】

① 直線EHと直線ABはそれぞれ直線AHと交わり，直線IJは直線AHと平行である。

②(2) $IJ:\sqrt{2}=IF:1$, $IJ:\sqrt{2}=4:1$, $IJ=4\sqrt{2}$(cm)
(3) $AH:\sqrt{2}=AE:1$, $AH:\sqrt{2}=8:1$, $AH=8\sqrt{2}$(cm)
(4) △ABIは，(b)の直角三角形と相似なので，$AI:\sqrt{5}=BI:1$, $AI:\sqrt{5}=4:1$, $AI=4\sqrt{5}$(cm)
$AK=(8\sqrt{2}-4\sqrt{2})\div2=2\sqrt{2}$(cm)だから，△IAKは(c)の直角三角形と相似である。
(5) 切り口は右の図のようになる。
$IK:3=AK:1$, $IK:3=2\sqrt{2}:1$, $IK=6\sqrt{2}$(cm)
(6) 切り口の面積は，$\frac{1}{2}\times(4\sqrt{2}+8\sqrt{2})\times6\sqrt{2}=72$(cm²)



③ ３直線AI, EF, HJは１点で交わり，その交点をLとすると，立体L－IFJと立体L－AEHは相似比が１：２の相似な三角錐であるから，LE＝2FE＝16(cm)
体積の比は相似比の３乗に等しいから，頂点Fをふくむ立体の体積は，$\frac{2^3-1^3}{2^3}$(立体L－AEH)$=\frac{7}{8}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times8^2\times16=\frac{448}{3}$(cm³)

4

【 正　解 】　① $(a=)-\frac{3}{4}$　② $y=-x-1$　③ $\frac{3}{2}$　④ $\frac{27}{4}$

【 解　説 】

① 点Bは関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点だから，$y=ax^2$ に $x=2$, $y=-3$ を代入して，$-3=a\times2^2$, $4a=-3$, $a=-\frac{3}{4}$

② B(2, -3), C(-2, 1)より，直線BCは，傾きが，$\frac{-3-1}{2-(-2)}=-1$ だから，式は $y=-x+b$ とおける。
これに $x=2$, $y=-3$ を代入して，$-3=-2+b$, $b=-1$　よって，$y=-x-1$

③ 点Pの x 座標を t とする。直線BCと y 軸との交点をEとすると，E(0, -1)
$\triangle OPB=\triangle OEB-\triangle OEP=\frac{1}{2}\times1\times2-\frac{1}{2}\times1\times t=-\frac{1}{2}t+1$　$-\frac{1}{2}t+1=\frac{1}{4}$ を解いて，$t=\frac{3}{2}$

④ A(4, 4)より，直線OAの式は $y=x$
点B，Cを通り x 軸に平行な直線と直線OAとの交点をそれぞれF，Gとすると，F(-3, -3), G(1, 1)
また，△ABCにおいて，点Aを通り直線BCに平行な直線と y 軸との交点をHとする。
直線AHの傾きは，直線BCと等しく，-1 だから，式は $y=-x+c$ とおける。
これに $x=4$, $y=4$ を代入して，$4=-4+c$, $c=8$　よって，H(0, 8)
$\triangle ABC=\triangle HBC=\frac{1}{2}\times\{8-(-1)\}\times\{2-(-2)\}=18$
$BF=2-(-3)=5$, $CG=1-(-2)=3$ であり，FB//CGより，$BD:CD=BF:CG=5:3$
よって，$\triangle ACD=\frac{3}{5+3}\triangle ABC=\frac{3}{8}\times18=\frac{27}{4}$

5

【 正　解 】　①(ア) (5)　(イ) (3)　(ウ) (9)　(エ) (12)
②(1)(オ) 2　(カ) $\frac{9}{2}$　(2)(キ) $\frac{43}{16}$　(ク) 43　(ケ) 32

【 解　説 】

②(1)(オ) △AED∽△BCDより，$AE:BC=AD:BD$, $AE:3=4:6$, $6AE=12$, $AE=2$(cm)

(カ) △AED∽△BECより，$AE:BE=AD:BC$, $2:BE=4:3$, $4BE=6$, $BE=\frac{3}{2}$(cm)　よって，$DE=6-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$(cm)

(2)(キ) △AED∽△BECより，$DE:CE=AD:BC$, $\frac{9}{2}:CE=4:3$, $4CE=\frac{27}{2}$, $CE=\frac{27}{8}$(cm)
よって，$AC=AE+CE=2+\frac{27}{8}=\frac{43}{8}$(cm)
線分AFは円Oの直径より，$\angle ACF=90°$ だから，OH//AC
したがって，$OH:AC=FO:FA=1:2$, $OH=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times\frac{43}{8}=\frac{43}{16}$(cm)

(ク)(ケ) △OCFは二等辺三角形より，点Hは線分CFの中点である。よって，$\triangle OFH=\frac{1}{2}\triangle OCF=\frac{1}{2}\triangle OAC$
$AE:AC=2:\frac{43}{8}=16:43$ より，$\triangle OFH=\frac{1}{2}\times\frac{43}{16}\triangle OAE=\frac{43}{32}\triangle OAE$　よって，$\triangle OFH:\triangle OAE=43:32$